

تابع چندجمله‌ای توابعی که از جمع و تفریق چند جمله به وجود می‌آیند

توانی مسای از ایکس

درجه یک چندجمله‌ای رو بزرگترین توانش مشخص میکنه

$f(x) = ax^n + bx^{n-1} + \dots + c$

به همش! ضربیش!

$f(x) = -3x^4 + 5x^5 - 2$ درجه ۵ $f(x) = 2x^4 - 3x - \frac{1}{x} + 2$ درجه ۴

توابع چندجمله‌ای خاص

۱. **تابع ثابت** ضابطه‌ی آن $y = k$ و نمودارش یک خط افقی است.

۲. تابع خطی ضابطه‌ی آن $f(x) = mx + d$ است و نمودارش خطی است با شیب m و عرض از مبدأ d

پُر واضح است که تابع خطی یک چندجمله‌ای از نوع درجه یک می‌باشد.

۳. تابع درجه دوم ضابطه‌ی آن $f(x) = ax^2 + bx + c$ است و نمودارش سهمی است.

۴. تابع درجه سوم ضابطه‌ی آن $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ است و نمودارش منحنی است.

۵. تابع گویا ضابطه‌ی آن $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$ است که $p(x)$ و $q(x)$ چندجمله‌ای هستند و $q(x) \neq 0$.

T تابع f با ضابطه $f(x) = (a-2)x^2 + bx + c - 2$ بیانگر یک تابع خطی است که در نقطه‌ای به عرض ۱- محور عرض‌ها را قطع کرده است. این تابع در ربع سوم با محورهای مختصات، مثلثی با مساحت ۲۴ ایجاد کرده است. مقدار b کدام است؟ (۱) $\frac{1}{24}$ (۲) $\frac{1}{48}$ (۳) $-\frac{1}{48}$ (۴) $-\frac{1}{24}$

A

یکنوایی توابع از نظر یکنوایی یک تابع به مدل‌های زیر تبدیل می‌شود:

۱. **صعودی آکید** $x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

۲. **نزولی آکید** $x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

۳. **یکنوایی** $x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) = f(x_2)$

۴. **یکنوایی** $x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$

۵. **یکنوایی** $x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$

به توابع نزولی آکید یا صعودی آکید، **یکنوایی آکید** (آکید یا یکنوا) می‌گویند

نهایی فول ریاضی دوازدهم فولیتو؛ تضمین ۲۰ امتحان نوبت اول؛ آگه کامل و خوب مطالعات کنی و تدریس رو ببینی

مدرس بهنام سرهنگی دبیر ریاضی فولیتو

برای امتحان نهایی نوبت دوم باید از طریق مشاورین سایت رسمی فولیتو دوره کامل

۳ صعودی $x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$
با افزایش مقدار x ، مقدار y افزایش می‌یابد یا ثابت می‌ماند.

۴ نزولی $x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$
با افزایش مقدار x ، مقدار y کاهش می‌یابد یا ثابت می‌ماند.

به توابع نزولی یا صعودی، **یک‌نوا** می‌گویند.
به تابعی که نه یک‌نوا باشد و نه یک‌نوا باشد، **غیر یک‌نوا** می‌گویند.

ترکیب توابع $f \circ g(x) = f(g(x))$ یعنی یکس‌های تابع f را برادر و پدش قرار بده $g(x)$

شرطی: $X \xrightarrow{g} g(x) \xrightarrow{f} f(g(x))$
و برعکس: $f(g(x)) \xrightarrow{f^{-1}} g(x) \xrightarrow{g^{-1}} X$

⚠️ بادت باشه بیای O پراتر بنزرا

دامنه تابع مرکب
 $f \circ g(x) = f(g(x))$; $x \in D_g$ و $g(x) \in D_f$

کته، دامنه تابع رو همیشه از راه تعریف (که الان گفتیم) به دست بیارید نه از روی سافتن ضابطه!
مثال: (مثال و کار در کلاس کتاب) در هر قسمت، موارد خواسته شده را بنویسید.
الف) $f(x) = \sqrt{x-1}$ ، $g(x) = 2x^2 - 1$ دامنه و ضابطه $f \circ g(x)$ ؟

answer

ب) $f(x) = \frac{2}{x-1}$ دامنه و ضابطه $f \circ f(x)$ ؟

answer

مثال: توابع $f = \{(1,2), (3,4)\}$ و $g = \{(2,3), (5,6)\}$ مفروضه. تابع $g \circ f$ را به دست آورید.

answer

انتقال ببینیم با هر یک از اعمال زیر، نمودار تابع $f(x)$ چگونه انتقال می‌یابد:

۱ $f(x) + k$
نمودار $f(x)$ را k واحد و در جهت علامت k روی محور y ها حرکت بدهد

۲ $f(x+k)$
نمودار $f(x)$ را k واحد و در خلاف جهت علامت k روی محور x ها حرکت بدهد

نهایی فول ریاضی دوازدهم فولیتو؛ تضمین 20 امتحان نوبت اول؛ آگه کامل و خوب مطالعه کنی و تدریس رو ببینی

مدرس بهنام سرهنگی دبیر ریاضی فولیتو

برای امتحان نهایی نوبت دوم باید از طریق مشاورین سایت رسمی فولیتو دوره کامل

رو تهیه و خریداری کنید

مثال: نمودار تابع $y = -2(x-1)^2 + 1$ را به کمک انتقال رسم کنید.

answer

۳ $kf(x)$

عرض نقاط روی نمودار $f(x)$ را k برابر کن (سقف و کف k برابر شه)

ex $y = -2 \cos x$

۴ $f(kx)$

طول نقاط روی نمودار $f(x)$ را $\frac{1}{k}$ برابر کن (در واقع دامنه $\frac{1}{k}$ برابر شه)

ex $y = \sin 2x$

نکته برعکس!

۱ نمودار تابع $f(-x)$ قرینه‌ی نمودار $f(x)$ نسبت به محور y ها است.

۲ نمودار تابع $-f(x)$ قرینه‌ی نمودار $f(x)$ نسبت به محور x ها است.

مثال: (مثال کتیب با تغییر) در شکل زیر، نمودار $y = f(x)$ داده شده، به کمک آن نمودار $y = -\frac{1}{3}f(x) + 1$ را رسم کنید.

answer

مثال: نمودار تابع $g(x) = -\frac{x}{2}$ را رسم کنید.

answer

روش سرهنگیزه‌ی رسم $f(ax+b)$

ایکس رو تنها کن و هر کاری داری میکنی تا ایکس تنها شه، دقیقاً همون کارو برای ایکسای نمودار هم انجام بدها دقیقاً همون بلا! نه برعکسش و اینا

ex نمودار $f(x)$

نمودار $f(-2x + 0/5)$ را به درست آورید پلایز!

ایکس رو تنها کن (اول منهای نیم)

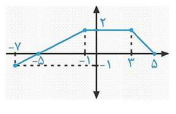
نهایی فول ریاضی دوازدهم فولیتو؛ تضمین 20 امتحان نوبت اول؛ آگه کامل و خوب مطالعات کنی و تدریس رو ببینی

مدرس بهنام سرهنگی دبیر ریاضی فولیتو

برای امتحان نهایی نوبت دوم باید از طریق مشاورین سایت رسمی فولیتو دوره کامل

رو تهیه و خریداری کنید

مثال) اگر نمودار تابع g به صورت زیر باشد، نمودار تابع $g(x) = f(2x+1)$ را به کمک آن رسم کنید.



answer

تابع معکوس هر تابع f مانند f^{-1} یک وارون (f^{-1}) دارد. حالا اگر f^{-1} خود یک تابع باشد می‌گوییم f معکوس‌پذیر است. (آهه گاهی f^{-1} یک تابع نیست!)

توجه شرط لازم و کافی معکوس‌پذیری تابع f این است که f یک به یک باشد

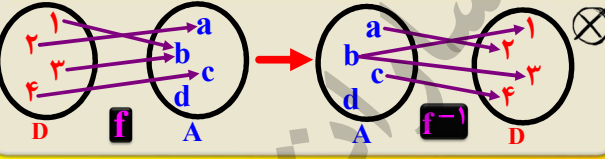
محاسبه وارون در زوج مرتبه‌ها

$f = \{(1, 2), (2, 3), (5, 3)\} \rightarrow f^{-1} = \{(2, 1), (3, 2), (3, 5)\}$ ❌

$g = \{(1, 4), (2, 3), (5, 6), (0, 1)\} \rightarrow g^{-1} = \{(4, 1), (3, 2), (6, 5), (1, 0)\}$

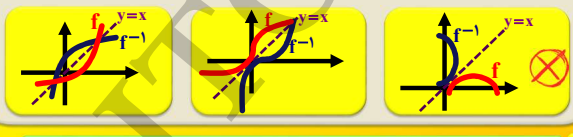
توجه $D_f = R_{f^{-1}}$ & $R_f = D_{f^{-1}}$

محاسبه وارون در فرم پیکانی کافیه جهت فلش‌ها رو عوض کنی



آیا در مثال بالا تابع f وارون‌پذیر است؟ چرا؟

پدست آوردن نمودار وارون کافی است قرینه‌ی نمودار f نسبت به نیمساز تأمیه اول و سوم را به دست بیاورید! نمودار f^{-1} آماده‌ست! (نوش جان!)



توجه اگر نقطه (a, b) روی f باشد، نقطه (b, a) روی معکوسش است و بالعکس!

توجه ترکیب یک تابع با وارونش همانی است.

$f^{-1} \circ f(x) = x, x \in D_f = R_{f^{-1}}$, $f \circ f^{-1}(x) = x, x \in D_{f^{-1}} = R_f$

T هرگاه $f(x) = 3 - \sqrt{x-2}$ باشد دامنه تابع $f \circ f^{-1}$ کدام است؟

$(-\infty, 3]$ (3) ✓ $[2, +\infty)$ (2) $(-\infty, 2]$ (1) $[3, +\infty)$ (4)

A

مثال) اگر $f^{-1} \circ f$ و $f \circ f^{-1}$ ، $f^{-1} = \{(1, 4), (2, 3), (3, 5)\}$ ، $f = \{(1, 4), (2, 3), (3, 5)\}$

answer

نهایی فول ریاضی دوازدهم فولیتو؛ تضمین 20 امتحان نوبت اول؛ آگه کامل و خوب مطالعه کنی و تدریس رو ببینی

مدرس بهنام سرهنگی دبیر ریاضی فولیتو

برای امتحان نهایی نوبت دوم باید از طریق مشاورین سایت رسمی فولیتو دوره کامل

رو تهیه و خریداری کنید

با استفاده از نکته زیر می توان پی برد که آیا دو تابع f و g معکوس هم هستند یا خیر. به این صورت که:

اگر $f \circ g(x) = x$ & $g \circ f(x) = x$ آنگاه f و g معکوس یکدیگرند.

مثال: مثال کتاب نشان دهید توابع $f(x) = 3x - 4$ و $g(x) = \frac{x+4}{3}$ وارون یکدیگرند.

answer

ex if $f(x) = 2x - 3$ then $f^{-1}(x) = ?$

پدست آوردن ضابطه f^{-1}

گام اول بهای $f(x)$ بنویسید y و سعی کنید x رو بر حسب y بدست بیارید (x رو تعویض کن!)

گام دوم بهای y بنویسید x و بهای x بنویسید $f^{-1}(x)$ تمام!

ex if $f(x) = \frac{x}{\sqrt{8+9x^3}}$ then $f^{-1}(x) = ?$

مثال: اگر در کلاس ضابطه وارون توابع زیر را در صورت وجود به دست آورید. دامنه و پیر هر تابع و وارون آن را با استفاده از نمودار مشخص کنید.

$h(x) = x^2 + 1$ (الف)

$f(x) = 1 + \sqrt{x-2}$ (ب)

محدود کردن دامنه f (تعیین کردن f)

گاهی f در دامنه تعریفش غیر یک به یک و در نتیجه وارون ناپذیر است. در این صورت دامنه آن را طوری محدود می کنیم (دلفواه) که f در دامنه پذیرش وارون پذیر شود. به این عمل تعریف کردن f می گویند.

مثلاً با توجه به اینکه $y = x^2$ یک سهمی است، وارون ناپذیر است. اگر پرویز سراج مناسبه

$f^{-1} = \pm\sqrt{x}$ به $f^{-1} = \pm\sqrt{x}$ می رسیم که تابع نیست. \Rightarrow

با محدود کردن دامنه f به طور دلفواه، مثلاً $x \geq 0$ ، f یک به یک و معکوس پذیر می شود \Rightarrow

و نمودار معکوس f هم می شود

$D_{f^{-1}} = R_f = [0, +\infty)$
 $R_{f^{-1}} = D_f = (-\infty, 0]$

دقت شود که

حل نمونه سوال بیشتر (کتاب + امتحانات گذشته)

$y = (x-1)^3 - 1$ (تمرین کتاب) نمودار تابع زیر را رسم کنید و دامنه و پیر آن را مشخص نمایید.

(تمرین کتاب) نمودار تابع زیر را رسم کنید و بازه هایی را که در آن ها تابع صعودی، نزولی یا ثابت است، مشخص کنید.

$f(x) = \begin{cases} -2x-3 & x < -4 \\ 3 & -4 \leq x < 2 \\ 3x-2 & x \geq 2 \end{cases}$

answer

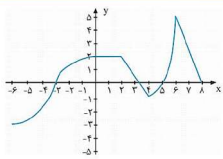
نهایی فول ریاضی دوازدهم فولیتو؛ تضمین 20 امتحان نوبت اول؛ آگه کامل و خوب مطالعه کنی و تدریس رو ببینی

مدرس بهنام سرهنگی دبیر ریاضی فولیتو

برای امتحان نهایی نوبت دوم باید از طریق مشاورین سایت رسمی فولیتو دوره کامل

رو تهیه و خریداری کنید

(تمرین کتاب) با استفاده از نمودار تابع زیر مشخص کنید این تابع در چه بازه‌هایی صعودی، نزولی یا ثابت است؟



answer

(تمرین کتاب) تابع نمایشی $y = 2^x - 2$ و تابع کلاریتی $y = -\log_2 x + 2$ را رسم کنید و در مورد یکنواختی آن‌ها توضیح دهید.

answer

(تمرین کتاب) تابع $y = x^2 |x|$ در بازه $(-\infty, a]$ نزولی است، حداکثر مقدار a چقدر است؟

answer

(تمرین کتاب) در هر قسمت، موارد خواسته شده را در صورت امکان به دست آورید.

الف) $f(x) = \sqrt{3-2x}$; $g(x) = \frac{p}{3x-5}$: $D_{f \circ g}, (f \circ g)(x)$

answer

ب) $f(x) = \sqrt{x+2}$; $g(x) = \sqrt{x^2-16}$: $D_{g \circ f}, (g \circ f)(x)$

answer

ب) $f(x) = \sin x$; $g(x) = \sqrt{x}$: $D_{g \circ f}, (g \circ f)(x)$

answer

نهایی فول ریاضی دوازدهم فولیتو؛ تضمین 20 امتحان نوبت اول؛ آگه کامل و خوب مطالعه کنی و تدریس رو ببینی

مدرس بهنام سرهنگی دبیر ریاضی فولیتو

برای امتحان نهایی نوبت دوم باید از طریق مشاورین سایت رسمی فولیتو دوره کامل

رو تهیه و خریداری کنید

(تمرین کتاب) اگر $f(g(x)) = 3x^2 - 6x + 14$ و $f(x) = 3x - 4$ ، مشابه تابع $g(x)$ را به دست آورید.

answer

(تمرین کتاب) مشخص کنید کدام یک از عملیات زیر درست و کدام یک نادرست است؟

الف) اگر $f(x) = x^2 - 4$ و $g(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ ، آنگاه $(fog)(5) = -25$

answer

ب) برای دو تابع f و g که $f \neq g$ ، تساوی $(fog)(x) = (gof)(x)$ هیچ وقت برقرار نیست.

answer

ب) اگر $f(7) = 5$ و $g(4) = 7$ ، آنگاه $(fog)(4) = 5$

answer

ت) اگر $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = 2x - 1$ ، آنگاه $(fog)(5) = g(2)$.

answer

(تمرین کتاب) تابع زیر را به صورت ترکیب دو تابع بنویسید. آیا جواب منحصر به فرد است؟ $h(x) = \sqrt[3]{x^2 + 1}$

answer

نهایی فول ریاضی دوازدهم فولیتو؛ تضمین 20 امتحان نوبت اول؛ آگه کامل و خوب مطالعه کنی و تدریس رو ببینی

مدرس بهنام سرهنگی دبیر ریاضی فولیتو

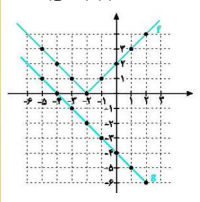
برای امتحان نهایی نوبت دوم باید از طریق مشاورین سایت رسمی فولیتو دوره کامل

رو تهیه و خریداری کنید

(تمرین کتاب) با توجه به نمودارهای توابع g و f ، مقادیر زیر را در صورت وجود بنویسید.

الف) $(fog)(-1)$

ب) $(gof)(0)$



answer

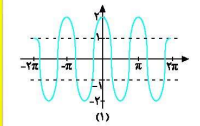
(تمرین کتاب) با توجه به ضابطه‌ی توابع g و f ، معادله مورد نظر را تشکیل داده و آن را حل کنید.

$f(x) = 2x - 5$ ، $g(x) = x^2 - 3x + 8$: $(fog)(x) = 7$

answer

(تمرین کتاب) با استفاده از نمودار $y = \cos x$ ، نمودار توابع زیر رسم شده است. ضابطه‌های هر نمودار را مشخص کنید.

الف)



answer

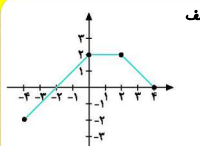
ب)



answer

(تمرین کتاب) با استفاده از نمودار تابع f ، نمودارهای خواسته شده را رسم کنید.

الف) $y = -f(-x) + 2$



answer

(تمرین کتاب) با استفاده از نمودار تابع $y = \sin x$ در بازه $[-\pi, \pi]$ رسم کنید.

الف)

answer

نهایی فول ریاضی دوازدهم فولیتو؛ تضمین 20 امتحان نوبت اول؛ آگه کامل و خوب مطالعات کنی و تدریس رو ببینی

مدرس بهنام سرهنگی دبیر ریاضی فولیتو

برای امتحان نهایی نوبت دوم باید از طریق مشاورین سایت رسمی فولیتو دوره کامل

رو تهیه و خریداری کنید

ب) $y = 2f(x-1) - 3$

answer

(تمرین کتاب) نشان دهید زیر یک به یک است، سپس ضابطه‌ی تابع وارون آن را به دست آورید.

$g(x) = -5 - \sqrt{3x+1}$

answer

(تمرین کتاب) نشان دهید که f و g وارون یکدیگرند. $f(x) = -\sqrt{x-8}$ ، $g(x) = 8 + x^2; x \leq 0$

answer

(تمرین کتاب) توابع زیر یک به یک نیستند، با مفروض کردن دامنه‌های مناسبی یک به یک بسازید.

الف) $f(x) = |x|$

ب) $g(x) = -x^2$

(تمرین کتاب) اگر $f(x) = \frac{1}{8}x - 3$ و $g(x) = x^2$ ، مقادیر زیر را به دست آورید.

الف) $(f \circ g)^{-1}(5)$

answer

ب) $(f^{-1} \circ f^{-1})(6)$

$g(x) = x^2$ $f(x) = \frac{1}{8}x - 3$

answer

نهایی فول ریاضی دوازدهم فولیتو؛ تضمین 20 امتحان نوبت اول؛ آگه کامل و خوب مطالعه‌ش کنی و تدریس رو ببینی

مدرس بهنام سرهنگی دبیر ریاضی فولیتو

برای امتحان نهایی نوبت دوم باید از طریق مشاورین سایت رسمی فولیتو دوره کامل

رو تهیه و خریداری کنید

$(g^{-1} \circ f^{-1})(5)$ ر ب $g(x) = x^3$ $f(x) = \frac{1}{8}x - 3$

answer

ضابطه و دامنه تابع وارون تابع زیر را به دست آورید. **نهایی ۱۳۰۲**
 $f(x) = -x^2 - 2 \mid x \geq 0$

answer

اگر دامنه تابع $f(x) = 7$ برابر $[-1, 2]$ و برد آن $[-1, 2]$ باشد. دامنه و برد تابع $f(\frac{x}{2}) = 7$ را بیابید. **نهایی ۱۳۰۲**

answer



نهایی فول ریاضی دوازدهم فولیتو؛ تضمین 20 امتحان نوبت اول؛ آگه کامل و خوب مطالعه کنی و تدریس رو ببینی

مدرس بهنام سرهنگی دبیر ریاضی فولیتو

برای امتحان نهایی نوبت دوم باید از طریق مشاورین سایت رسمی فولیتو دوره کامل

رو تهیه و خریداری کنید



دوره تناوب توابع مثلثاتی

مفهوم دوره تناوب به تابعی که نمودارش به ازای یک طول مشخص تکرار شود متناوب میگوئیم. به کوچکترین طولی که نمودار تابع در آن تکرار می شود، دوره تناوب آن می گوئیم و با T نشانش می دهیم.

$T \in \mathbb{Q}$

$y = (-1)^{\lfloor x \rfloor}$

$T = 1$ $T = 2$

دوره تناوب توابع مثلثاتی

$k \sin(ax+b)+c \rightarrow T = \frac{2\pi}{|a|}$ $k \tan(ax+b)+c \rightarrow T = \frac{\pi}{|a|}$

$k \cos(ax+b)+c \rightarrow T = \frac{2\pi}{|a|}$ $k \cot(ax+b)+c \rightarrow T = \frac{\pi}{|a|}$

T دوره تناوب تابع با ضابطه $f(x) = 3 \sin(\frac{x}{4}) - 1$ با دوره تناوب کدام تابع زیر برابر است؟

$\checkmark f(x) = 3 \tan(\frac{x+2}{4}) (2)$ $f(x) = 4 \cos(2x+1) - 4(1)$

$f(x) = 2 \tan(\frac{x}{4}) - 2(4)$ $f(x) = \sin(\frac{1-2x}{4}) (2)$

توابع مثلثاتی ۱ $y = \sin x$

$y = \sin x$ $x \in [0, 2\pi]$ $D_{\sin x} = \mathbb{R}$ $R_{\sin x} = [-1, 1]$

EX) $y = 2 \sin(\pi x) - 1$

$y = k \sin(ax+b)+c \rightarrow \max = |k|+c$ $\min = -|k|+c$

۲ $y = \cos x$

$y = \cos x$ $x \in [0, 2\pi]$ $D_{\cos x} = \mathbb{R}$ $R_{\cos x} = [-1, 1]$

EX) $y = -3 \cos(-\frac{x}{4}) + 1$

$y = k \cos(ax+b)+c \rightarrow \max = |k|+c$ $\min = -|k|+c$

۳ $y = \tan x$

$y = \tan x$ $x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ $D_{\tan x} = \mathbb{R}$ $R_{\tan x} = \mathbb{R}$

$D_{\tan x} : x \neq \frac{(2k+1)\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$

EX) $y = \tan(\frac{\pi}{4}x)$

نهایی فول ریاضی دوازدهم فولیتو؛ تضمین 20 امتحان نوبت اول؛ آگه کامل و خوب مطالعاتی کنی و تدریس رو ببینی

مدرس بهنام سرهنگی دبیر ریاضی فولیتو

برای امتحان نهایی نوبت دوم باید از طریق مشاورین سایت رسمی فولیتو دوره کامل

رو تهیه و خریداری کنید

مثال (مثال کتاب درسی) دوره تناوب و مقادیر \min و \max هر یک از توابع زیر را به دست آورید.

الف) $y = 3 \sin(2x) - 2$

answer

ب) $y = -\frac{1}{4} \cos(\pi x)$

answer

مثال (مثال کتاب) هر یک از نمودارهای زیر مربوط به $y = a \sin bx + C$ یا $y = a \cos bx + C$ است. با تشخیص \min و \max و دوره تناوب، ضابطه هر کدام را مشخص کنید.

الف)

answer

ب)

answer

نقاط خاص روی دایره مثلثاتی

$D_{\tan x} : x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$ $D_{\cot x} : x \neq k\pi$

نسبت‌های مثلثاتی در دایره

نهایی فول ریاضی دوازدهم فولیتو؛ تضمین 20 امتحان نوبت اول؛ آگه کامل و خوب مطالعه کنی و تدریس رو ببینی

مدرس بهنام سرهنگی دبیر ریاضی فولیتو

برای امتحان نهایی نوبت دوم باید از طریق مشاورین سایت رسمی فولیتو دوره کامل

رو تهیه و خریداری کنید

نسبت‌های مثلثاتی زاویای دو برابر همان

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha \begin{cases} \longrightarrow = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \longrightarrow = 2 \cos^2 \alpha - 1 \\ \longrightarrow = 1 - 2 \sin^2 \alpha \end{cases}$$

مثال: (مثال کتاب) مقدار $\sin 15^\circ$ و $\cos 15^\circ$ را بیابید.

answer

معادلات مثلثاتی

معادلاتی که در آنها مجهول در همان نسبت مثلثاتی قرار دارد ۳ مدل کلی دارند :

1 $\sin x = a = \sin \alpha \longrightarrow x = 2k\pi + \alpha$ or $x = 2k\pi + \pi - \alpha$

Why?

مثال: اگر در کلاس کتاب، معادلات زیر را حل کنید.

(الف) $2 \sin x - \sqrt{3} = 0$

answer

نکته: اگر \sin مساوی یک عدد منفی شد کاری به منفی نداشته باشید، زاویه α را به درست یا بزرگتر منفی را بپذیرد داخل

(ب) $2 \sin x + \sqrt{3} = 0$

answer

2 $\cos x = a = \cos \alpha \longrightarrow x = 2k\pi \pm \alpha$

Why?

$2 \cos 2x - \sqrt{3} = 0 \rightarrow x = ?$

نهایی فول ریاضی دوازدهم فولیتو؛ تضمین 20 امتحان نوبت اول؛ آگه کامل و خوب مطالعات کنی و تدریس رو ببینی

مدرس بهنام سرهنگی دبیر ریاضی فولیتو

برای امتحان نهایی نوبت دوم باید از طریق مشاورین سایت رسمی فولیتو دوره کامل

رو تهیه و خریداری کنید

مثال: (مثال کتاب) معادله $\cos x(2\cos x - 1) = 5$ را حل کنید.

answer

گفته، اگر \cos مساوی یک عدد منفی شده، کاری به منفی نداشته باشید و زاویه α را بیابید.
در نهایت چای \cos بنویسید. $\pi - \alpha$

$\cos(x) \cos(2x) = -\frac{1}{4}$

(تمرین کتاب) دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم هر یک از توابع زیر را به دست آورید.
الف) $y = -\pi \sin(\frac{x}{4}) - 2$

answer

ب) $y = -\frac{3}{4} \cos 3x$

answer

(تمرین کتاب) هر یک از توابع داده شده را به نمودارهای زیر تغییر کنید.

الف) $y = \sin \pi x$
ب) $y = 2 - \cos \frac{1}{3}x$
پ) $y = \sin 2x$

answer

(تمرین کتاب) در هر مورد ضابطه تایی معادله با دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم داده شده بنویسید.
الف) $T = \pi$, $\max = 3$, $\min = -3$

answer

ب) $T = \pi$, $\max = 9$, $\min = 3$

answer

نهایی فول ریاضی دوازدهم فولیتو؛ تضمین 20 امتحان نوبت اول؛ آگه کامل و خوب مطالعات کنی و تدریس رو ببینی

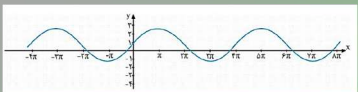
مدرس بهنام سرهنگی دبیر ریاضی فولیتو

برای امتحان نهایی نوبت دوم باید از طریق مشاورین سایت رسمی فولیتو دوره کامل

رو تهیه و خریداری کنید

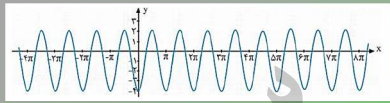
(تمرین کتاب) قیاسه مربوط به هر یک از نمودارهای داده شده را بنویسید.

(الف)



answer

(ب)



answer

(تمرین کتاب) کدام یک از جملات زیر درست و کدام یک نادرست است؟

(الف) تابع تانژانت در دامنه‌اش صعودی است.

(ب) می‌توان بازه‌ای یافت که تابع تانژانت در آن نزولی باشد.

(ب) می‌توان بازه‌ای یافت که تابع تانژانت در آن غیرصعودی باشد.

(ت) تابع تانژانت در هر بازه که در آن تعریف شده باشد، صعودی است.

answer

(تمرین کتاب) با توجه به محورهای سینوس و تانژانت، در موارد زیر مقادیر $\sin \alpha$ و $\tan \alpha$ را با هم مقایسه کنید

(الف) $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$

answer

(ب) $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$

answer

(تمرین کتاب) فرض کنید $\cos \alpha = \frac{5}{13}$ و α زاویه‌ای حاده باشد، حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

(الف) $\sin 2\alpha$ (ب) $\cos 2\alpha$

answer

نهایی فول ریاضی دوازدهم فولیتو؛ تضمین 20 امتحان نوبت اول؛ آگه کامل و خوب مطالعات کنی و تدریس رو ببینی

مدرس بهنام سرهنگی دبیر ریاضی فولیتو

برای امتحان نهایی نوبت دوم باید از طریق مشاورین سایت رسمی فولیتو دوره کامل

رو تهیه و خریداری کنید

(تمرین کتاب) نسبت‌های مثلثاتی سینوس و کسینوس را برای زاویه $22/5^\circ$ به دست آورید.

answer

(تمرین کتاب) معادلات زیر را حل کنید.

الف) $\sin \frac{\pi}{3} = \sin 3x$

answer

ب) $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$

answer

ب) $\cos x = \cos 2x$

answer

د) $\cos 2x + \sin x = 0$

answer

د) $\cos^2 x - \sin x = \frac{1}{4}$

answer

نهایی فول ریاضی دوازدهم فولیتو؛ تضمین 20 امتحان نوبت اول؛ آگه کامل و خوب مطالعات کنی و تدریس رو ببینی

مدرس بهنام سرهنگی دبیر ریاضی فولیتو

برای امتحان نهایی نوبت دوم باید از طریق مشاورین سایت رسمی فولیتو دوره کامل

رو تهیه و خریداری کنید

مخصوص رشته ریاضی

$\tan x = a = \tan \alpha \rightarrow x = k\pi + \alpha$

مثال: $\frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x} = \sqrt{3} \rightarrow x = ?$

Why?

۲۹۳

مثال: معادله $\tan x = \tan \alpha x$ را حل کنید.

answer

مثال: (مثال کتاب) نشان دهید در شکل روبه‌رو، رابطه بین زاویه دید دوربین (β) با فاصله افقی آن تا تابلو نقاشی، به صورت $\tan \beta = \frac{y}{x^2 + 1/5}$ است. سپس زاویه دید را در حالتی که فاصله افقی برابر یک متر است به دست آورید.

answer

نکته: اگر \tan مساوی یک عدد منفی شد کاری به منفی نداشته باشید، زاویه α را به دست بیاورید بعد منفی را بپذیرید داخل

مثال: معادله $\tan^2 x + 2\sqrt{3} \tan x + 3 = 0$ در بازه $[0, 2\pi]$ دارای چند جواب است؟

answer

(معین کتاب) معادله زیر را حل کنید.

$\tan(2x - 1) = 0$

answer

(معین کتاب) معادله زیر را حل کنید.

$\tan 2x = \tan(\pi x)$

answer

نهایی فول ریاضی دوازدهم فولیتو؛ تضمین 20 امتحان نوبت اول؛ آگه کامل و خوب مطالعه کنی و تدریس رو ببینی

مدرس بهنام سرهنگی دبیر ریاضی فولیتو

برای امتحان نهایی نوبت دوم باید از طریق مشاورین سایت رسمی فولیتو دوره کامل

رو تهیه و خریداری کنید

(تمرین کتاب) مثلث با مساحت ۳ سانتی متر مربع مقروض است. اگر اندازه دو ضلع آن به ترتیب ۲ و ۶ سانتی متر باشد، آن گاه قطر مثلث با این خاصیت ها می تواند ساخت؟

answer

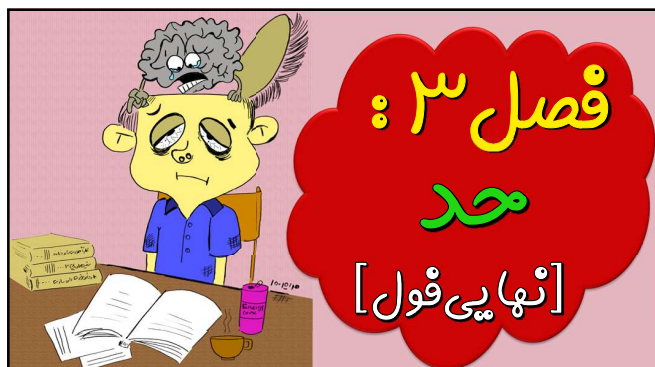


نهایی فول ریاضی دوازدهم فولیتو؛ تضمین 20 امتحان نوبت اول؛ آگه کامل و خوب مطالعه کنی و تدریس رو ببینی

مدرس بهنام سرهنگی دبیر ریاضی فولیتو

برای امتحان نهایی نوبت دوم باید از طریق مشاورین سایت رسمی فولیتو دوره کامل

رو تهیه و خریداری کنید



بخش پذیری ← **الگوریتم تقسیم** در تقسیم $f(x)$ بر $g(x)$ داریم:

باقیمانده خارج قسمت مقسوم علیه مقسوم

$$\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{q(x)}{r(x)} \rightarrow f(x) = g(x)q(x) + r(x)$$

ex $3x^3 - 2x + 1 \div x^2 + 2$

باقیمانده تقسیم $f(x)$ بر $ax+b$ $ax+b=0 \rightarrow x = -\frac{b}{a} \rightarrow r = f(-\frac{b}{a})$

مثال: اگر در کلاس کتاب نشان دهید $f(x) = 2x^2 + 5x - 3$ بر دو جمله ای $x+2$ بخش پذیر است.

answer

T اگر عبارت $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 2$ بر $x-1$ بخش پذیر بوده و باقی مانده تقسیم آن بر $2x+3$ برابر -12 باشد، مقدار b کدام است؟ $10(2)$ $-20(3)$ $-10(4)$

A

رفع ابهام در توابع کسری

ممکن است از این قسمت دو مدل سؤال ببینید:

مدل اول: اگر در صورت، مخرج یا هر دو، یک تابع چندجمله‌ای دربردارد که وقتی $x \rightarrow a$ مقدارش صفر می‌شود، یعنی آن چندجمله‌ای بر $x-a$ بخش پذیر است. با تقسیم این چندجمله‌ای بر $x-a$ ، آن را تجزیه کنید و تمام!

مدل دوم: اگر کسر داده شده شامل عبارتی رادیکالی بود که در نقطه صفری داده شده مقدارش صفر می‌شود، با ضرب صورت و مخرج کسر در مزدوج عبارت رادیکالی و حذف عامل مشترک از صورت و مخرج، گره از گردان باز می‌شود

ان شاء... و دیگر ریشت نفس $\frac{0}{0}$ را نگرهیم زیرا

مثال: (مثال کتاب) هر تابع $f(x) = \frac{2x^3 + 3x^2 + 4}{x^2 + 8}$ را در نقطه $x = -2$ در صورت وجود بیابید.

answer

نهایی فول ریاضی دوازدهم فولیتو؛ تضمین 20 امتحان نوبت اول؛ آگه کامل و خوب مطالعات کنی و تدریس رو ببینی

مدرس بهنام سرهنگی دبیر ریاضی فولیتو

برای امتحان نهایی نوبت دوم باید از طریق مشاورین سایت رسمی فولیتو دوره کامل

رو تهیه و خریداری کنید

مثال: (مثال کتاب) هر تابع $g(x) = \frac{2-\sqrt{x}-1}{x-5}$ را در نقطه $x=5$ در صورت وجود بیابید.

answer

کلمه: گاهی فرجه رادیکال، ۳ است. در این صورت باید از انتگرال پاقی و لاغر استفاده کنید. اگر قسمت لاغر (یا پاقی) انتگرال داده شده بود، صورت و مخرج را در قسمت پاقی (یا لاغر) انتگرال ضرب کنید.

مثال: (مثال کتاب) هر تابع $h(x) = \frac{x^2-8x}{\sqrt{x}-2}$ را در $x=8$ در صورت وجود بیابید.

answer

مفهوم ریاضی و نموداری حد ← **همسایگی عدد α**

بازه‌ای باز شامل عدد α را یک همسایگی برای α می‌گوییم!

این بازه به همسایگی واسه α است!

if $\alpha \in (x_1, x_2) \rightarrow$

همسایگی راست عدد α

بازه‌ای باز شامل اعداد بزرگتر از α .

اگر بازه‌ی (a, b) به همسایگی راست برای α باشد آنگاه $\alpha = a$ & $b > \alpha$

همسایگی چپ عدد α

بازه‌ای باز شامل اعداد کوچکتر از α .

اگر بازه‌ی (a, b) به همسایگی چپ برای α باشد آنگاه $\alpha = b$ & $a < \alpha$

همسایگی محذوف عدد α

مجموعه‌ای شامل اعداد کوچکتر یا بزرگتر از α که خود α از آن غرض شده باشد.

اگر بازه‌ی $(a, b) \cup (c, d)$ به همسایگی محذوف برای α باشد آنگاه $\alpha = b = c$ & $a < \alpha < d$

حد نامتناهی (حد بی‌نهایت)

گاهی وقتی آیکس به یک عدد میل می‌کند (از یک یا دو طرف)، حاصل هر به بی‌نهایت میل می‌کند! ببینید

انفصال مشافه

$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty$
 $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$
 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$

انفصال سازه

$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty$
 $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$

هرکدام از عروق بالا در a ، به هر نامتناهی!

خط قائم $x=a$ در هرکدام از نمودارهای بالا یک میانه قائم برای تابع f می‌باشد

مثال: (مثال کتاب) نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x-2}$ را رسم کنید و به وسیله آن، هر چپ و راست این تابع $x=2$ را در بیابید.

answer

نهایی فول ریاضی دوازدهم فولیتو؛ تضمین 20 امتحان نوبت اول؛ آگه کامل و خوب مطالعات کنی و تدریس رو ببینی

مدرس بهنام سرهنگی دبیر ریاضی فولیتو

برای امتحان نهایی نوبت دوم باید از طریق مشاورین سایت رسمی فولیتو دوره کامل

مثال: اگر در کلاس) هر دو زیر را محاسبه کنید.

الف) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-1}{x^2}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{2x}{-x-5}$

ت) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-x-2}{x^2-3x+2}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2}{x-3}$

حد در بی نهایت

گاهی وقتی x بزرگتر یا x کوچکتر از 0 می شود، $f(x)$ به یک عدد میل می کند. در مسایلی که در بی نهایت است:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$

خط افقی $y = L$ در هر کدام از نمودارهای بالا یک مماس افقی برای تابع f می باشد.

توجه: شرط لازم برای اینکه بتوانیم حد در بی نهایت تابعی را محاسبه کنیم این است که دامنه اش حداقل از یک طرف بی کران باشد.

ex $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4-x^2}$

هم ارزی پرتوان! وقتی یکس (پایه) به بی نهایت میل می کند، یک عبارت که متشکل از جمع و تفریق چند جمله است) هم ارز جمله ای با بیشترین توان است.

if $x \rightarrow \pm\infty \Rightarrow 4x^2 - 5x - 7x^2 + 4 - 7x^3 \sim -7x^3$ if $x \rightarrow 0 \Rightarrow -2(\frac{1}{x})^2 + 4(\frac{1}{x}) - 2(\frac{1}{x})^2 \sim 4(\frac{1}{x})$

if $x \rightarrow \pm\infty \Rightarrow |x^3 + x| \sim x^3, \sqrt[3]{4x^3 - 2x} \sim \sqrt[3]{4x^3}, 3x^2 + x \sim 3x^2, \sqrt{x^2 + x} \sim \sqrt{x^2}$

T حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x^3 + x^2 + 1}{x^2 + x - 1}$ چقدر از $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{12x + 5}{4x - 3}$ کمتر است؟

۱) ۱ ۲) -۵ ۳) -۱ ۴) ۵

A

مثال: اگر در کلاس) هر دو زیر را محاسبه کنید.

الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 + 7x^2 - 2x - 9}{3x^3 - 8x + 1}$

ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x + 4}{x^3 + x - 8}$

ج) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^2 + 5x^2}{2x^3 + 9}$

(تمرین کتاب) نشان دهید چند جمله ای $f(x) = 2x^3 + x^2 + 1$ بر دو جمله ای $x + 1$ بخش پذیر است. سپس به کمک تقسیم، $f(x)$ را به صورت حاصل ضرب عامل ها بنویسید.

answer

نهایی فول ریاضی دوازدهم فولیتو؛ تضمین 20 امتحان نوبت اول؛ آگه کامل و خوب مطالعه کنی و تدریس رو ببینی

مدرس بهنام سرهنگی دبیر ریاضی فولیتو

برای امتحان نهایی نوبت دوم باید از طریق مشاورین سایت رسمی فولیتو دوره کامل

رو تهیه و خریداری کنید

(تمرین کتاب) هر دو زیر را محاسبه کنید.

(الف) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 + 4x^2 + x + 4}$

(ب) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^3 - 4x^2 - 4x - 5}{x^2 - 25}$

(تمرین کتاب) هر دو زیر را محاسبه کنید.

(الف) $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{x} + 16}{\sqrt{x} + 2}$

(ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2x-1}}{x^2 - x}$

(تمرین کتاب) هرهای زیر را تعیین کنید.

(الف) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x}$

(ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{|x|}$

(ب) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1}$

(ت) $\lim_{x \rightarrow -6} \frac{9}{(x+6)^2}$

(ث) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1-5x}{x^2-9}$

(ج) $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{-3x}{x^2-4}$

(ج) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{1}{\cos x}$

(ج) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x$

(غ) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x$

ب) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x]-3}{x-2}$

(تمرین کتاب) نمودار هر یک از تابع‌های زیر را رسم کنید و سپس هر دو خواسته شده را به دست آورید.

$g(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases} : \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x), \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

$f(x) = \frac{1}{x} : \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

نهایی فول ریاضی دوازدهم فولیتو؛ تضمین 20 امتحان نوبت اول؛ آگه کامل و خوب مطالعه کنی و تدریس رو ببینی

مدرس بهنام سرهنگی دبیر ریاضی فولیتو

برای امتحان نهایی نوبت دوم باید از طریق مشاورین سایت رسمی فولیتو دوره کامل

رو تهیه و خریداری کنید

(تمرین کتاب) با توجه به نمودار توابع، هر دو خواسته شده را بنویسید.

(الف)

(ب)

(ب)

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$

$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} h(x)$

(تمرین کتاب) نمودار تابع گانه شکل زیر است. هر دو خواسته شده را بنویسید.

$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(تمرین کتاب) هر دو زیر را معادله کنید.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + \frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x} - 5}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2x^2 - 3}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^5 - 6x^3 - x}{x^2 - 5x + 1}$$

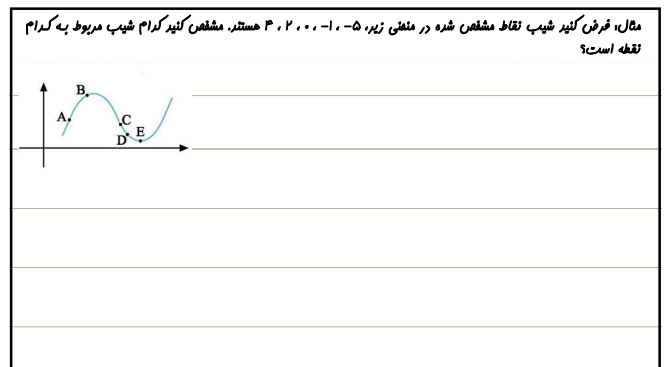
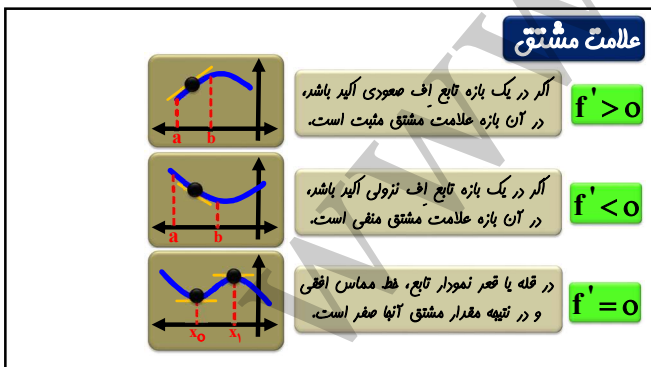
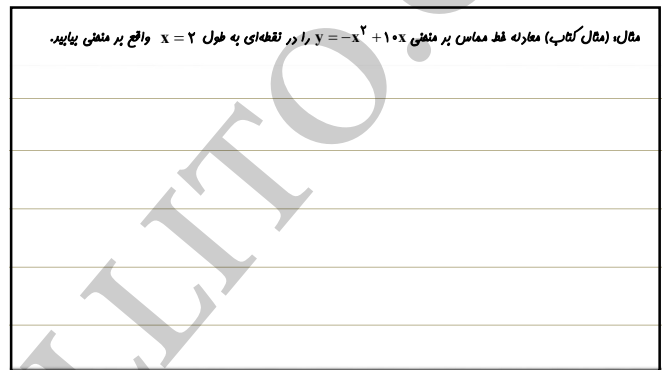
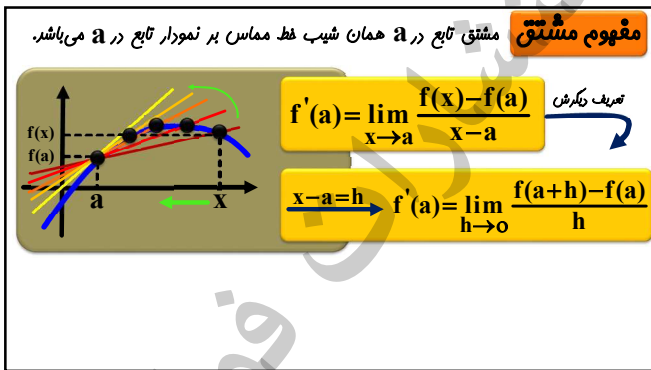
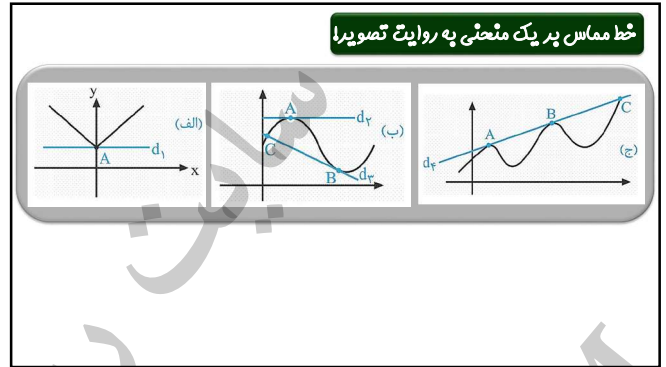
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 + 2x - 3}$$

نهایی فول ریاضی دوازدهم فولیتو؛ تضمین 20 امتحان نوبت اول؛ آگه کامل و خوب مطالعات کنی و تدریس رو ببینی

مدرس بهنام سرهنگی دبیر ریاضی فولیتو

برای امتحان نهایی نوبت دوم باید از طریق مشاورین سایت رسمی فولیتو دوره کامل

رو تهیه و خریداری کنید



نهایی فول ریاضی دوازدهم فولیتو؛ تضمین 20 امتحان نوبت اول؛ آگه کامل و خوب مطالعاتی کنی و تدریس رو ببینی

مدرس بهنام سرهنگی دبیر ریاضی فولیتو

برای امتحان نهایی نوبت دوم باید از طریق مشاورین سایت رسمی فولیتو دوره کامل

رو تهیه و خریداری کنید

شیب نیم‌مماس چپ

$$f'_-(a) = \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

$$f'_-(a) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

شیب نیم‌مماس راست

$$f'_+(a) = \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

$$f'_+(a) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

شروط مشتق پذیری f در x=a؛ زمانی یک تابع در یک نقطه مشتق پذیر است که بتوان در آن نقطه بر نمودارش یک خط مماس غیر قائم رسم کرد (مماس ی تکیه)

پس شروط مشتق پذیری اف در آ می شود :

1) باید تابع در این نقطه پیوسته باشد.

2) باید مشتق چپ و راست برابر باشند.

توجه شرط لازم برای وجود مشتق راست/چپ (شیب نیم‌مماس راست/چپ) این است که تابع در آن نقطه از راست/چپ پیوسته باشد.

کلا مواست باشه از نقطه توفالی نه میشه مماس رسم کرد، نه نیم‌مماس!

توجه یکی از مهم ترین کانیدراهای مشتق تاپزیری، نقاط مرزی در توابع پندرابطه ای هستن.

مثال: (مثال کتاب) مشتق پذیری تابع $f(x) = |x^2 - 1|$ را در $x = 1$ بررسی کنید.

مثال: (مثال کتاب) مشتق پذیری توابع $f(x) = [x]$ و $g(x) = \sqrt{x}$ را در صفر بررسی کنید.

مماس قائم

اگر f در $x=a$ پیوسته باشد و $f'_-(a)$ و $f'_+(a)$ هر دو $+\infty$ یا هر دو $-\infty$ شوند، f در a مشتق پذیر نیست، اما خط مماس در این نقطه موجود است، که به آن مماس قائم می‌گویند.

$f'_-(a) = f'_+(a) = +\infty$ (مثبت شد چون صعودی است)

$f'_-(a) = f'_+(a) = -\infty$ (منفی شد چون نزولی است)

نهایی فول ریاضی دوازدهم فولیتو؛ تضمین 20 امتحان نوبت اول؛ آگه کامل و خوب مطالعش کنی و تدریس رو ببینی

مدرس بهنام سرهنگی دبیر ریاضی فولیتو

برای امتحان نهایی نوبت دوم باید از طریق مشاورین سایت رسمی فولیتو دوره کامل

رو تهیه و خریداری کنید

مثال: آیا تابع $y = \sqrt[3]{x}$ در $x = 0$ دارای خط مماس است؟

مثال: آیا تابع $y = \sqrt[3]{x^2}$ در $x = 0$ دارای خط مماس است؟

تابع مشتق ($f'(x)$)

برابر است با $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ مشروط بر آن که این هر موجود باشد. مجموعه تمام نقاطی از دامنه f که f' برای آن‌ها موجود باشد را $D_{f'}$ می‌گویند.

مثال (مثال کتاب) اگر $f(x) = \frac{1}{x}$ ، تابع مشتق و دامنه آن را به دست آورید. سپس $f'(2)$ را بیابید.

مشتق گیری! (صفر تا صد) **پنر فرمول مشتق گیری مشتق بیینیم صفا کنیم!**

۱ $y = a (a \in \mathbb{R}) \rightarrow y' = 0$ ۲ $y = ax \rightarrow y' = a$

۳ $y = a\Delta^n \rightarrow y' = an(\Delta)^{n-1} \cdot \Delta'$ **رهنر**

• نما در ضرب ضرب همیشه
• یکی از نما کم همیشه
• در مشتق پایه ضرب همیشه

ex $y = \frac{-2}{x^6} \rightarrow y' = \frac{12}{x^7}$ **ex** $y = \frac{1}{\Delta} (-\Delta x)^{12} \rightarrow y' = -12(-\Delta x)^{11} \cdot \frac{1}{\Delta^2}$

۴ $y = f \pm g \pm \dots \rightarrow y' = f' \pm g' \pm \dots$ ۵ $y = f \cdot g \rightarrow y' = f' \cdot g + g' \cdot f$

ex $y = \frac{6}{x^3} - x^2 \sqrt{x} + 4x \rightarrow y' = -\frac{18}{x^4} - 2x\sqrt{x} + 4$

۶ $y = \sqrt{\Delta} \rightarrow y' = \frac{\Delta'}{2\sqrt{\Delta}}$ ۷ $y = \frac{f}{g} \rightarrow y' = \frac{f'g - g'f}{g^2}$

ex $y = \frac{(2x-1)\sqrt{x}}{x^3} \rightarrow y' = \frac{(2-1)\sqrt{x} - (2x-1) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}}{x^6}$

T تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{2x+a}{x-1} & x \geq 2 \\ x^2+ax+b & x < 2 \end{cases}$ روی R مشتق پذیر است. مقدار b کدام است؟

$-\frac{3}{2}(4)$ $-\frac{11}{2}(3)$ $\frac{2}{2}(2)$ $\frac{11}{2}(1) \checkmark$

نهایی فول ریاضی دوازدهم فولیتو؛ تضمین 20 امتحان نوبت اول؛ آگه کامل و خوب مطالعه کنی و تدریس رو ببینی

مدرس بهنام سرهنگی دبیر ریاضی فولیتو

برای امتحان نهایی نوبت دوم باید از طریق مشاورین سایت رسمی فولیتو دوره کامل

رو تهیه و خریداری کنید

مشتق تابع مرکب بتوانید : مشتق داخلش در اف پریم داخلش تمام ()

$y = f(\Delta) \rightarrow y = \Delta' \cdot f'(\Delta)$

T اگر $f(x) = \frac{x^2-2}{1+x^3}$ ، $g(x) = \sqrt{x-1}$ ، حاصل $f'(g(x)) \times g'(x)$ کدام است؟ (کنکور ۹۲)

$\frac{x-2}{x^2} (4)$ $\frac{1}{x^3} (3)$ $\frac{2}{x^2} (2)$ $\frac{x}{x} (1)$

مثال: اگر $f(x) = \sqrt{-2x}$ و $g(x) = (2x+1)^2$ آنگاه مشتق تابع $g \circ f(x)$ در $x = -2$ را با استفاده از قاعده زنجیری به دست بیاورید.

مثال: (اگر در کتاب) مشتق های توابع زیر را به دست آورید.

$f(x) = (x^2 + 1)^2 (5x - 1)$

$g(x) = \left(\frac{-2x-1}{x^2+5}\right)^4$

شروط مشتق پذیری روی بازه

1) f در تمامی نقطه های موجود در بازه (a, b) پیوسته است.	مشتق پذیری f روی (a, b)
2) f در تک تک نقطه های این بازه هم، مشتق پذیر است.	
این جوری هم ببین: تابع f در بازه (a, b) هیچ نقطه ی ناپیوسته و مشتق ناپذیری ندارد...	
1) f در (a, b) مشتق پذیر است.	مشتق پذیری f روی $[a, b]$
2) f در $x = a$ مشتق راست دارد (و البته پیوستگی راست)	
1) f در (a, b) مشتق پذیر است.	مشتق پذیری f روی $(a, b]$
2) f در $x = b$ مشتق چپ دارد (و البته لازم است که پیوستگی چپ هم داشته باشد...)	
1) f در (a, b) مشتق پذیر است.	مشتق پذیری f روی $[a, b]$
2) f در $x = a$ مشتق راست دارد (و البته پیوستگی راست)	
3) f در $x = b$ مشتق چپ دارد (و البته پیوستگی چپ)	

مثال: (مثال کتاب) نمودار $f(x) = \begin{cases} x^2 & -2 \leq x \leq 1 \\ x+1 & x > 1 \end{cases}$ را رسم کنید و مشتق پذیری آن را روی بازه های $[-2, 1]$ ، $(1, +\infty)$ و $[1, 2]$ بررسی کنید.

مشتق مرتبه دوم

اگر تابع مشتق، مشتق پذیر باشد، مشتق مرتبه دوم $y = f(x)$ را به صورت $y'' = f''(x)$ (قوانده شود دیگرک زکوندا) می نویسیم و برای معاشیه آن از تابع y' مشتق می گیریم.

مثال: (مثال کتاب) اگر $y = 3x^2 + 2x^3 - 1$ ، آنگاه تابع y' و y'' را بیابید.

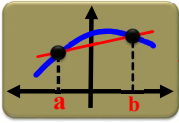
نهایی فول ریاضی دوازدهم فولیتو؛ تضمین 20 امتحان نوبت اول؛ آگه کامل و خوب مطالعات کنی و تدریس رو ببینی

مدرس بهنام سرهنگی دبیر ریاضی فولیتو

برای امتحان نهایی نوبت دوم باید از طریق مشاورین سایت رسمی فولیتو دوره کامل

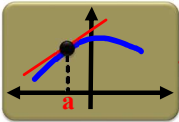
رو تهیه و خریداری کنید

آهنک تغییر متوسط
آهنک تغییر متوسط تابع f در بازه $[a, b]$ همان شیب خط
واصل نقاط سروته بازه است!



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

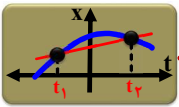
آهنک تغییر لحظه‌ای
آهنک تغییر لحظه‌ای تابع f در نقطه‌ی $x = a$ همان شیب خط مماس بر نمودارش در a است.



$$f'(a)$$

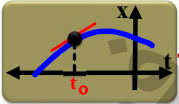
مثال: (مثال کتاب) تابع $f(x) = \sqrt{x} + 50$ قدر متوسط کودکان را x ماه پس از تولد، بر حسب $\frac{\text{cm}}{\text{month}}$ مشخص می‌کند. آهنک متوسط رشد یک کودک را از ۱ ماهگی تا ۳۶ ماهگی بیابید.

سرعت متوسط
میدانیم (ایشالا!) که سرعت متوسط می‌شود نسبت جابجایی به زمان.
پس در اینجا با تابع $(y = x(t))$ و نمودار مکان بر حسب زمان سروکار داریم!



$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

سرعت لحظه‌ای
باید بدانید که تابع سرعت، مشتق تابع مکان-زمان است!

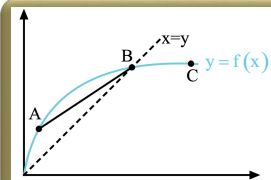


$$v(t_0) = x'(t_0)$$

مثال: (مثال کتاب) با تغییر رابطه $h(t) = -5t^2 + 40t$ ارتفاع جسم $h(t)$ ثانیه پس از پرتاب از سطح زمین نشان می‌دهد.
الف) سرعت متوسط جسم در بازه زمانی $[0, 2]$ را بر حسب $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ به دست آورید.
ب) سرعت لحظه‌ای جسم در لحظه $t = 2$ چقدر است؟
ج) جسم چند ثانیه پس از پرتاب، به نقطه اوج می‌رسد؟

(تمرین کتاب) اگر $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ ، $f'(2)$ به دست آورید و معادله خط مماس بر منحنی f را در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر آن بنویسید.

(تمرین کتاب) برای نمودار $y = f(x)$ ، شیب‌های داده شده از دالغه تا جایی که از کوچک‌ترین به بزرگ‌ترین مرتب کنید.



- الف) شیب نمودار در نقطه A m_A
- ب) شیب نمودار در نقطه B m_B
- پ) شیب نمودار در نقطه C m_C
- ت) شیب خط AB m_T
- ث) شیب خط m_θ
- ج) شیب خط m_φ

نهایی فول ریاضی دوازدهم فولیتو؛ تضمین 20 امتحان نوبت اول؛ آگه کامل و خوب مطالعه کنی و تدریس رو ببینی

مدرس بهنام سرهنگی دبیر ریاضی فولیتو

برای امتحان نهایی نوبت دوم باید از طریق مشاورین سایت رسمی فولیتو دوره کامل

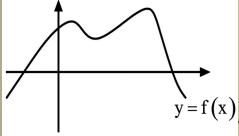
رو تهیه و خریداری کنید

(تمرین کتاب) نقاطی مانند **A, B, C, D, E, F, G** را روی نمودار $y = f(x)$ مشخص کنید به طوری که:

(الف) **A** نقطه‌ای روی نمودار است که شیب خط مماس بر نمودار در آن منفی است.

(ب) **B** نقطه‌ای روی نمودار تابع است که مقدار تابع و مقدار مشتق در آن منفی است.

(پ) **C** نقطه‌ای روی نمودار است که مقدار تابع در آن‌جا صفر است ولی مقدار مشتق در آن مثبت است.

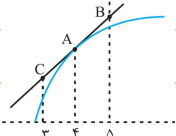


(ت) **D** نقطه‌ای روی منحنی است که مشتق در آن‌جا صفر است.

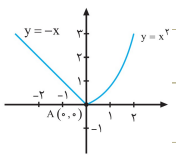
(ث) نقاط **E** و **F** نقاط متفاوتی روی منحنی هستند که مشتق یکسان دارند.

(ج) **G** نقطه‌ای روی منحنی است که مقدار تابع در آن‌جا مثبت ولی مقدار مشتق منفی است.

(تمرین کتاب) برای تابع **f** در شکل روبه‌رو داریم $f'(4) = 1/5$ و $f(4) = 25$. با توجه به شکل، مقصودات نقاط **A, B, C** را بیابید.



(تمرین کتاب) با معادله مشتق $y' = 2x$ و مشتق $y' = -x$ در نقطه **A** نشان دهید که این تابع در نقطه **A** مشتق‌پذیر نیست.



(تمرین کتاب) نمودار تابعی را رسم کنید که مشتق آن،

(الف) در یک نقطه برابر صفر شود. (ب) در $x = 2$ برابر 3 شود.

(ت) در تمام نقاط یکسان باشد. (ث) در تمام نقاط منفی باشد.

(تمرین کتاب) مشتق‌پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x \geq 1 \\ 2x & x < 1 \end{cases}$ را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید.

(تمرین کتاب) اگر $f(x) = |x^2 - 4|$ ، به کمک تعریف مشتق، مشتق‌پذیری **f** را در نقاطی به طول‌های 2 و -2 بررسی کنید.

نهایی فول ریاضی دوازدهم فولیتو؛ تضمین 20 امتحان نوبت اول؛ آگه کامل و خوب مطالعه‌کنی و تدریس رو ببینی

مدرس بهنام سرهنگی دبیر ریاضی فولیتو

برای امتحان نهایی نوبت دوم باید از طریق مشاورین سایت رسمی فولیتو دوره کامل

رو تهیه و خریداری کنید

(تمرین کتاب) اگر $f'(1) = 3$ و $g'(1) = 5$ مطلوب است، $(f+g)'(1)$ و $(3f+2g)'(1)$

(تمرین کتاب) نمودار توابع f و g را در شکل زیر در نظر بگیرید.

اگر $h(x) = f(x) \cdot g(x)$ مطلوب است $h'(1)$ و $h'(2)$ و $h'(3)$.

(تمرین کتاب) اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 0 \\ x & x > 0 \end{cases}$ ، نشان دهید $f'_+(0)$ و $f'_-(0)$ موجودند ولی مشتق موجود نیست.

(تمرین کتاب) مشتق توابع داده شده را بیابید.

$f(x) = (\sqrt{3x+2})(x^2+1)$

$f(x) = \frac{x^2-3x+1}{-3x+2}$

(تمرین کتاب) معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - t + 10$ بر حسب متر در بازه زمانی $[0, 5]$ داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 5]$ با هم برابرند؟

(تمرین کتاب) کنشایش ظرفی ۳۰ لیتر مایع است. در لحظه $t = 0$ سوراخی در ظرف ایجاد می‌شود. اگر حجم مایع باقی‌مانده در ظرف پس از t ثانیه از رابطه $V = 20(1 - \frac{t}{100})^2$ به دست آید؛

الف) آهنگ تغییر متوسط حجم مایع در بازه زمانی $[0, 1]$ چقدر است؟

ب) در چه زمانی، آهنگ تغییر لحظه‌ای حجم برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[0, 100]$ می‌شود؟

نهایی فول ریاضی دوازدهم فولیتو؛ تضمین 20 امتحان نوبت اول؛ آگه کامل و خوب مطالعه کنی و تدریس رو ببینی

مدرس بهنام سرهنگی دبیر ریاضی فولیتو

برای امتحان نهایی نوبت دوم باید از طریق مشاورین سایت رسمی فولیتو دوره کامل

رو تهیه و خریداری کنید

مشتق توابع مثلثاتی (مخصوص رشته ریاضی)

۱- $(\sin \Delta)' = \Delta' \cos \Delta$
 ۲- $(\cos \Delta)' = -\Delta' \sin \Delta$
 ۳- $(\tan \Delta)' = \Delta' (1 + \tan^2 \Delta)$

نکته: در کتاب درسی هر فی از مشتق تابع \cot زده نشده اما هم کاری پوش نداریم! فقط آه
 تو امتحان \cot زدی نترس! به جاش بنویس $\frac{1}{\tan}$ و بعد محاسبات مشتق رو انجام بده

مثال) اگر در کلاس مشتق توابع زیر را به دست آورید.

$f(x) = \sin x \cdot \tan x$

$g(x) = \frac{\Delta \cos x}{1 - \sin x}$

$h(x) = \cos^2 x$

$f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x$

$f(x) = \tan^2(x) - 2 \cos(x)$

$f(x) = \frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}$

$f(x) = \sin x \cos^2 x$



نهایی فول ریاضی دوازدهم فولیتو؛ تضمین 20 امتحان نوبت اول؛ آگه کامل و خوب مطالعه کنی و تدریس رو ببینی

مدرس بهنام سرهنگی دبیر ریاضی فولیتو

برای امتحان نهایی نوبت دوم باید از طریق مشاورین سایت رسمی فولیتو دوره کامل

رو تهیه و خریداری کنید